한국스포츠심리학회지, 2011, 제22권, 제4호, 127~142
Korean Journal of Sport Psychology
2011, Vol. 22, No. 4, 127~142

운동의 가변성과 운동요소의 공동작용에 관한 연구: 비제어 다양체 분석을 중심으로

심재근(메릴랜드대학교) · 박재범(펜실베니아주립대학교) · 김민주 · 김선진*(서울대학교)

국문초록

본 연구의 목적은 비제어 다양체(uncontrolled manifold) 가설의 소개와 이 가설을 간단한 인간의 손가락 과제에 적용하여 설명하는 데에 있다. 최근 운동제어 분야의 주요한 연구쟁점은 인간움직임 체계 내에서 실제로 제어되는 것이 무엇이며, 기본 단위로 구성된 다양한 동작들이 운동 과제를 성공적으로 수행하기 위하여 어떻게 협응되어지는 지에 대한 해답을 구하고자 하고 있다. '공동작용(synergy)'의 의미는 이러한 질문에 대한 해답을 제시하기 위하여 사용되고 있다. 공동작용이란, 공통의 목적을 달성하기 위하여 기본 요소들이 함께 작용하는 방식으로 인간의 제어 체계는 여러 개의 기본 요소들(elementary variables)이 협응을 잘 이루도록 조정한다. 만약 주어진 과제가 여러 손가락으로 일정한 총 합력을 내는 것이라면, 각 손가락들이 발생하는 힘들의 수많은 다양한 조합들은 이 과제를 동일하게 만족시킬 수 있을 것이다. 왜냐하면 특정한 과제에 사용되는 기본 요소들의 수는(예, 두 손가락 혹은 세 손가락), 여러 손가락들이 생성하는 힘의 합력이라는 수행 과제를 만족시키는 제한요소들의 수보다 많기 때문이다. 이러한 현상을 운동요소 과잉의 문제(motor redundancy problem)라고 하며, 이 문제를 해결하기 위한 중추 신경계의 제어 방식은 비제어 다양체 분석을 통하여 정량화가 가능하다. 비제어 다양체 가설에서의 분석은 반복적인 시행에 걸친 기본 요소들의(예, 효과기 말단의 힘, 관절 위치 등) 동작의 공분산을(covariance) 수량화시킬 수 있으며, 공분산은 두 개의 구성요소로 구분된다: 1) 수행 변인에 영향을 미치지 않는 분산(V_{UCM}, 'good variance'), 그리고 2) 수행 변인에 영향을 미쳐 동작의 오류를 발생시키는 분산(V_{ORT}, 'bad variance'). 공동작용의 지수는 총 분산에 대한 V_{UCM}과 V_{ORT}의 차이의 상대적인 양을 사용하며, 공동작용의 지수가 큰 경우 협응이 좋다는 것으로 해석할 수 있다. 비제어 다양체 분석은 기본 변인들과 수행 변인 간의 변화의 관계가 선형적이라는 것을 전제하므로, 이러한 관계가 비선형적일 경우에는 비선형을 선형화하거나 비선형을 다룰 수 있는 다른 계산적 접근이 필요하다.

주요어 : 운동요소의 과잉, 공동작용, 비제어 다양체 분석, 협응

서 론

인간의 신체 부분들 간의 상호작용을 설명하기 위해서 협응(coordination)이라는 용어가 널리 사용되고 있다(Bernstein, 1935; Gielen, van Zuylen, 그리고 Denier van der Gon, 1988; Hogan, 1985; Hughes와 Watkins, 2008; Johansson, Westling, Backstrom 그리고 Flanagan, 2001; Latash, Danion,

* seonkim@snu.ac.kr

Scholz 그리고 Schöner, 2003). 그러나 무엇을 근거로 어떠한 사람이 다른 사람에 비해 더 나은 협응을 보인다고 혹은 훈련의 결과로 협응이 향상되었다고 말할 수 있는가? 이 질문에 대한 적절한 해답을 얻기 위해서는 협응에 관한 개념적 정의와 정량화 방법에 대한 구체적인 논의가 필요하다. 협응의 보편적이고 사전적인 개념은‘복잡한 유기체나 물체를 구성하는 기본 요소들이 효과적인 작업을 수행하기 위해서 조직적으로 활동하는 것’으로 정의될 수 있다. 이러한 정의가 인간 움직임 영역에서는 일반적으로 ‘각기 다른 신체 부위의 효과적이고 원활한 사용’으로 정의될 수 있다. 이러한 사전적 정의로부터 우리는 ‘과제에 영향을 주는 기본 요소들 간의 협력적인 작용’이라는 중요한 공통 개념을 끌어낼 수 있다. 다시 말하자면, 우리가 관심을 갖는 어떤 체계 안에 포함되는 기본 요소(elementary variables)들은 주어진 과제를 성공적으로 수행하는 데에 긍정적 혹은 부정적인 영향을 미칠 수 있으며, ‘협력적인 작용’이라 함은 그 기본 요소들이 주어진 과제를 성공적으로 수행하기 위해 긍정적인 형태로 작용한다는 것이다. 이러한 개념은 공동작용(synergy)이라는 용어로 설명할 수 있다.

인간의 움직임을 설명하기 위해 고려해야 할 기본 요소들은 뼈, 근육, 신경 등과 같이 다양한 수준으로 구분할 수 있으며, 그 수는 상당히 많고 또한 동시에 제어해야 하기 때문에 제어 체계에는 부담이 따를 수 있다. 특정한 움직임에 필요한 최소한의 요소보다 더 많은 요소들이 움직임에 관여하게 되면 그 체계에 ‘과잉(redundancy)’이 생기에 되며(Bernstein, 1967), 이 과잉의 문제(redundancy problem)를 해결하는 것이 인간운동 제어의 핵심 중 하나라고 인식되어 오고 있다. 이러한 과잉의 문제는 수학이나 로봇 공학에서는 이미 오래 전에 대두되었으며, 이를 해결하기 위한 방법들을 찾으려는 데 많은 노력을 기울이고 있다(Arimoto, Tahara, Bae, 그리고 Yoshida, 2003; Cheng과 Orin, 1991; Cutkosky와 Howe, 1990; Kobayashi, 1985; Potkonjak, Popovic, Lazarevic 그리고 Sinanovic, 1998; Xia, Feng 그리고 Wang, 2005). 과잉의 문제는 인간 움직임 과학의 분야 중 운동제어(motor control)와 생체역학(biomechanics) 분야에서도 지난 수십 년간 많은 연구자들의 연구 주제가 되어왔다. 그러나 초기의 협응에 관한 연구는 우리가 일반적으로 생각하는 ‘과제에 영향을 주는 기본 요소들 간의 협력적인 작용’이라는 개념과는 다소 다른 관점에서 진행되었다(Kelso, 1984; Wallenstein, Nash 그리고 Kelso, 1995). 이전 연구들은 수많은 기본 요소들 중 제한된 수의 기본 요소들만이 연구의 대상과 분석에 이용되는 제한점을 노출했다(Haddad, van Emmerik, Whittlesey 그리고 Hamill, 2006; Pollard, Heiderscheit, van Emmerik 그리고 Hamill, 2005; Schmidt, Shaw 그리고 Turvey, 1993; Swinnen, Walter, 그리고 Shapiro, 1988).

이러한 제한점을 극복하기 위하여, 인간 움직임 과학 분야에서는 ‘운동요소 과잉(motor redundancy)’을 중추 신경계가 움직임을 발현하는 데 해결해야 할 문제로 인식하고 이를 해결하기 위한 중추 신경계의 제어 기전을 밝히는 데 연구의 초점을 맞춰 왔다(Czaplicki, Silva, Ambrosio, Jesus 그리고 Abrantes, 2006; Goodman과 Gottlieb, 1995; Jongen, Denier van der Gon 그리고 Gielen, 1989; Latash와 Zatsiorsky, 2009; Sporns와 Edelman, 1993). 운동요소 과잉의 문제를 해결하기 위한 중추 신경계의 전략은 기본 요소들 간의 기능적이고(functional) 구조적인(anatomical) 협력(cooperation)으로 설명되었으며(Turvey, 1977), 이것은 과잉된 운동요소의 고정(freezing)이라 추측되었다. 그러나 몇몇 학자들

이 '운동요소 공동작용(motor synergy)'(Gelfand와 Tsetlin, 1966)에 관한 집중적인 연구를 한 결과, 중추 신경계가 운동요소의 공동작용을 통해 운동요소 과잉의 문제를 해결한다는 실험적 증거들을 계속적으로 제시해 오고 있다(Krishnamoorthy, Latash, Scholz 그리고 Zatsiorsky, 2003; Latash, Scholz 그리고 Schöner, 2007; Lee, 1984; Li, Latash 그리고 Zatsiorsky, 1998; Neilson과 Neilson, 2005; Shim, Huang, Hooke, Latash 그리고 Zatsiorsky, 2007; Shim, Latash 그리고 Zatsiorsky, 2005; Shim과 Park, 2007). 이 연구들은 대부분 운동요소 과잉이라는 것이 중추 신경계가 움직임을 제어할 때의 문제로 작용한다기보다는 더 많은 운동요소를 가짐으로써 같은 문제를 다양한 다른 방법으로 풀어낼 수 있도록 선택의 폭을 높인다는 결과를 지지하고 있다. 이런 맥락에서 학자들 사이에서는 '운동요소 과잉'이라는 부정적인 개념의 단어를 '운동요소 풍요(motor abundance)'라는 긍정적인 개념으로 대체하려는 움직임이 근래에 들어 일어나고 있다(Gelfand와 Latash, 1998; Latash, 2000; Latash, Gorniak 그리고 Zatsiorsky, 2008; Latash와 Zatsiorsky, 2009). 이런 움직임은 수학과 로봇 공학에서 많이 사용해 오던 '비제어 다양체 분석(uncontrolled manifold analysis)'을 인간 움직임 연구에 도입하여, 공동작용의 구체적인 정량화를 가능하게 하였으며, 이를 통한 인간 움직임의 공동작용에 관한 연구가 가속화되고 있다(Schöner 1995; Scholz와 Schöner 1999; Scholz, Schöner 그리고 Latash, 2000; Latash, Scholz, Danion 그리고 Schöner, 2002).

본 논문은 비제어 다양체 분석의 개념을 소개하고, 비제어 다양체 분석을 활용한 구체적인 예시를 통하여 인간 움직임의 공동작용을 과학적으로 정량화하는 기법에 대한 이해를 돕는데 그 목적이 있다. 구체적인 개념의 설명이 필요한 경우 수식을 본문에 제시하였으며, 보다 심도 있는 이해를 돕기 위하여 참조 부분에 구체적인 수식과 활용 가능한 프로그램 코드를 제공하였다. 선행 연구들의 구체적인 예제들 중 두 손가락으로 누르기와 세 손가락으로 누르기 과제는 독자들의 이해를 돕기 위해 채택한 간단한 운동 과제로, 과제에 관여하는 운동요소의 수가 비교적 적기 때문에 비제어 다양체 분석의 개념을 이해하는 데에 도움이 될 것이다. 두 예제는 비제어 다양체 분석을 이해하기 위한 간단하면서도 핵심적인 예제이며, 이후 두 예제에 대한 이해를 바탕으로 다수의 운동요소가 포함된 다차원의 비제어 다양체 분석에 대한 예를 제시하였다. 이러한 과정을 통하여 인간 움직임에서 발생하는 공동작용의 정량화 방법에 대해 이해를 높일 수 있을 것으로 기대한다

본 론

1. 비제어 다양체 분석의 개념

운동 체계 내에서 생기는 운동요소 과잉에 의해 발생하는 기본 요소들의 가변성(variability)을 바라보는 관점은 다양하다. 선행연구에 따르면, 운동요소 과잉의 문제를 해결하는 방식을 통하여 중추 신경계가 인간 움직임을 조절하는 기전을 이해할 수 있다(Krishnamoorthy et al., 2003; Latash et al., 2007). 공동작용의 관점에서 과잉된 기본 요소들의 가변성은 주어진 과제를 다양한 방법으로 만족시키기 위한 중추 신경계의 전략으로 해석될 수 있다. 비제어 다양체 분석은 이러한 가변성을 정량화할 수 있는 기법으로, 처음에는 중추 신경계가 팔에 존재하는 여러 개의 관절각들을 이용해 어떻게 손끝의 위치를 제어하는지

연구하기 위해 개발되었다(Latash et al., 2002; Scholz와 Schöner, 1999; Scholz et al., 2000). 그 후 이 분석법은 인간 움직임과 관련된 다양한 기본 요소들과(예: 손가락, 근육, 관절각 등) 과제의(예: 손끝의 위치, 합력 등) 관계를 통하여 공동작용의 발생 원리를 연구하기 위하여 사용되어 왔다(Krishnamoorthy et al., 2003; Li, Latash 그리고 Zatsiorsky, 2003; Scholz와 Latash, 1998; Scholz et al., 2000; Ting과 Macpherson, 2005; Visser et al., 2003). 이 분석 방법에서는 운동요소 과잉을 보이는 움직임 과제를(예: 두 손가락으로 눌러 10N의 힘을 내기) 부정 방정식으로 표현하여(예: Fi+Fm=10N, Fi: 검지 힘, Fm: 중지 힘), 기본 요소들이(예: 각각의 손가락들이 내는 힘, 여기서는 검지 힘과 중지 힘) 과제를 만족시킬 수 있는 다양한 조합을 이용하여 공동작용 발생에 영향을 미치는 가변성을 정량화하고자 하였다.

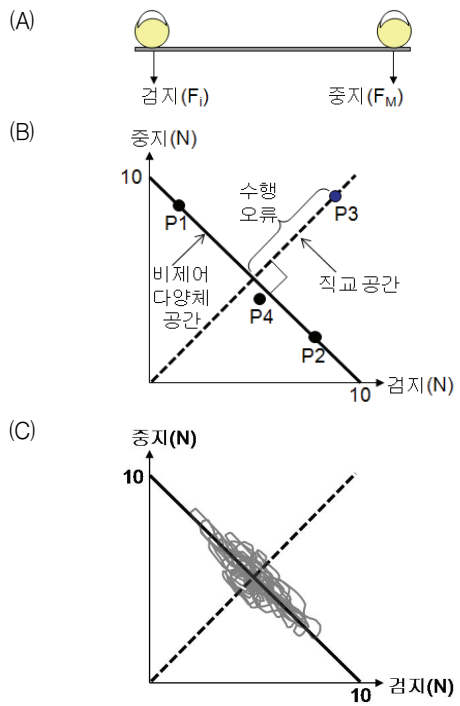

그림 1. (A) 두 손가락 누르기 과제의 도식, (B) 비제어 다양체 공간(실선)과 직교 공간(점선)에서 나타나는 실제 수행의 예, (C) 실제 수행 시 예상되는 두 손가락 힘의 조합의 분포(회색선)

위에 언급한 두 손가락 누르기 과제의 예를 들어 비제어 다양체 분석을 기하학적으로 나타낼 수 있다<그림 1(A)>. 부정방정식을(Fi+Fm=10N) Fi과 Fm이 구성하는 2차원 공간에 나타내면 그림 1(B)와 같은 그래프를 그릴 수 있다. 비제어 다양체 공간(uncontrolled manifold space, UCM space)은 Fi+Fm=10N이라는 방정식을 만족시키는 해의 공간으로, 이 공간 안에 들어가는 Fi와 Fm의 모든 조합은(예: *P*1(9.0, 1.0)과 *P*2(7.9, 2.1)) Fi+Fm=10N이라는 과제를 만족시키며, 그 조합의 수는 무한하다. Fi와 Fm의 조합이 이러한 비제어 다양체 공간에 존재한다면, 두 손가락은 Fi+Fm=10N이라는 과제를 성공적으로 수행할 수 있다. 이에 반하여 비제어 다양체 공간과 직교하는 공간을 직교 공간(orthogonal space)이라고 하는데, 이 공간은 Fi+Fm=10N이라는 운동 과제를 수행할 때 생기는 오차와 관련이 있다(Fi+Fm≠10). 다시 말하자면, Fi와 Fm의 조합이 비제어 다양체 공간이 아닌 이 직교 공간에 위치하면, 흔히 우리가 말하는 운동수행의 오차(error)가 되는 것이다. 오차의 정도는 그 조합이(예: P3(9.0, 9.5)) 비제어 다양체 공간에서 얼마나 멀리 떨어져 위치하는가를 계산하여 확인할 수 있다. 예를 들어, 피험자에게 두 손가락 힘을 이용해 10N의 힘을 내는 운동 과제를 수행하라고 하고, 두 손가락의 합력을 컴퓨터 스크린에 보여주었다고 하자. 이 과정에서 발생하는 수많은 Fi와 Fm의 조합점들을 Fi와 Fm을 기본 요소로 하는 2차원에 기록하면, 그 조합점들은 대부분의 경우 비제어 다양체 공간과 직교 공간 중 어느 한 공간에 존재하지 않고 두 공간을 포함하는 공간에 존재하게 된다<그림 1(C)>.

2. 손가락 누르기에서의 공동작용

비제어 다양체 분석에 대한 이해를 돕기 위하여 두 손가락으로 10N의 힘을 내는 과제를 예로 들 수 있다<그림 2(A)>. 검지와(Fi) 중지로(Fm) 10N의 힘을 내는 다섯 번의 수행 결과를 각각 5개의 점으로 2차원 공간에 표시하였다(각 점의 위치값은 *P1*(2.8, 9.0), *P2*(6.0, 7.0), *P3*(2.5, 5.5), *P4*(9.0, 3.0), *P5*(4.8, 2.5)이라고 가정).

이제 이 점들을 비제어 다양체 공간과<그림 2(B)>, 직교 공간에<그림 2(C)> 투영을 시키면, 비제어 다양체 공간과 직교 공간으로 형성되는 다른 2차원 좌표계에서 그 값들을 구할 수 있다(각각 *P1*(-4.9, 1.3), *P2*(-0.7, 2.1), *P3*(-2.1, -1.41), *P4*(4.2, 1.41), *P5*(1.6, -1.91)이 됨). 이 점들의 분산(covariance)을 계산하여 각각의 공간에서 점들이 얼마나 많이 퍼져있는지를 측정할 수 있다. 비제어 다양체 공간과 직교 공간에서의 분산은 공동작용의 정도를 계산하기 위하여 사용된다. 과제를 만족시키는 두 손가락의 힘의 조합이 변화하지만, 과제 수행에는 영향을 미치지 않는 비제어 다양체 공간에서의 분산은(variance in UCM space, V_{UCM})(참조 1의 공식 1) 중추 신경계가 두 손가락을 이용하여 동일한 10N의 힘을 내는 운동요소 공동작용(motor synergy)을 발생하는지를 평가하는 기준으로 사용될 수 있다. 반면에 직교 공간에서의 분산은 수행 결과에 영향을 미치는 일종의 오차를 계산하는 데 사용할 수 있다(variance in perpendicular to UCM space, V_{ORT})(참조 1의 공식 2). 공동작용의 지수(index)로 ΔV(delta V)라는 변인을 사용하는데(참조 1의 공식 3), 이 변인은 비제어 다양체 공간의 분산(V_{UCM})이 커질수록, 직교 공간의 분산(V_{ORT})이 작아질수록 큰 값을 가지며, 큰 값의 지수는 작은 값에 비해 중추 신경계가 발생하는 공동작용의 정도가 상대적으로 큰 것을 의미한다.

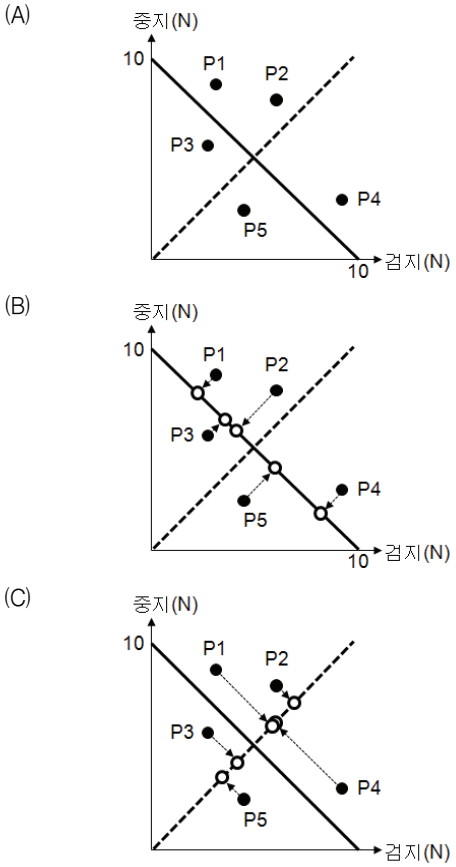

그림 2. 두 손가락 누르기 과제의 예 (A) 비제어 다양체 공간(실선)과 직교 공간(점선) 그리고 5회 수행 결과(검은점), (B) 비제어 다양체 공간으로의 투영, (C) 직교 공간으로의 투영

3. 다차원에서의 비제어 다양체 분석

위의 예에서 보이는 바와 같이 두 손가락 누르기 과제와 같은 2차원에서의 과제는 기하학적으로 분석하고 이해하기가 비교적 쉽다. 그러나 대부분의 인간 움직임은 세 개 이상의 기본 요소를(예, 세 개의 손가락) 포함하고 있기 때문에 3차원 이상의 다차원 공간 속에서 비제어 다양체 분석을 계산해야 한다. 4차원 이상의 공간은 기하학적으로 표현이 쉽지 않으므로, 본문에서는 세 손가락

누르기 과제를 통하여 다차원에서의 비제어 다양체 분석을 설명하고자 한다. 이 분석을 위하여 다차원 속에 포함된 각 기본 요소들이 수행 변수(performance variable: 기본 요소가 제약 조건을 통하여 결과로 나타나는 값)에 영향을 주어야 하는 전제 조건이 필요하다. 예제를 통한 다차원에서 이루어지는 인간 움직임의 비제어 다양체 분석에 대한 설명은 다음과 같다(변수가 계산되어지는 과정의 수식과 프로그램 코드는 참조에 제시함).

세 손가락을 이용하여 일정한 합력을 내는 간단한 실험 과제를 실시한다면 (Fi+Fm+Fr=30N; Fi, Fm, Fr은 각각 검지 힘, 중지 힘, 약지 힘을 의미함), 기본 요소인 미지수가(3개) 수행 변수인 과제의 수보다(1개) 많으므로, 식을 만족하는 세 손가락 힘의 조합은 무한개의 수가 될 것이다. 과제의 수는 수행 변수의(본 예시에서는 세 손가락의 합력을 의미함) 수와 같으므로 1이 될 것이다. 피험자의 과제 수행 결과를(총 30회) 3차원 공간에 표현한 그림은 다음과 같다<그림 3(A)>.

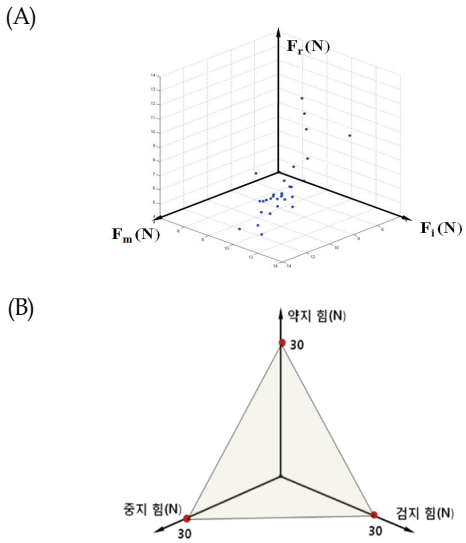

그림 3. 세 손가락 누르기 과제 (Fi: 검지 힘, Fm: 중지 힘, Fr: 약지 힘) (A) 세 손가락 누르기 과제의 수행 결과(회색원), 각 점들은 각각의 시행 결과를 의미, (B) 손가락 누르기 과제를 성공적으로 수행할 수 있는 무한개의 조합이 존재하는 비제어 다양체 공간(회색의 2차원 평면)

그림 3(A)에 보이는 각 점들은 반복 수행의 결과에 따른 각 손가락 힘의 조합들을 의미한다. 그림 3(A)에서 보이는 바와 같이 손가락 힘의 조합은 가변성을 가지며, 각 손가락 힘의 분산이 존재한다. 30번을 반복 수행했을 때 검지 중지, 약지 힘의 평균값은 각 11N, 11.07N, 7.43N으로 나타났으며, 세 손가락 힘의 합력은 평균적으로 29.51N이었다. 따라서 피험자는 제시된 과제를(합력=30N) 평균적으로 잘 수행했다고 평가할 수 있다. 각 손가락 힘의 변화는 합력의 변화에 영향을 미치기 때문에 각 손가락 힘의(기본 요소) 변화로 생기는 합력의(수행 변수) 변화를 계산할 수 있다(참조 2의 공식 4). 비제어 다양체 공간은 세 손가락의 힘의 조합이 합력에 영향을 미치지 않는 공간으로 정의될 수 있다. 예제에서 비제어 다양체 공간은 평면을 이루는데, 이 평면은 세 손가락 힘으로 표현되는 3차원 좌표공간에서 2차원 평면으로 정의된다<그림 3(B)>. 이 평면은 원점으로부터 과제인 30N을 만족시키는 각 축의 세 점에([30, 0, 0], [0, 30, 0], [0, 0, 30]) 의해 확장되어(spanned by) 만들어진다. 이 평면이 바로 비제어 다양체 공간이며, 이 공간에 속하는 모든 세 손가락 힘의 조합은 합력이 30N이라는 과제를 만족시킨다. 반면에 비제어 다양체 공간과 직교하는 공간을 직교 공간이라고 하는데, 예제에서 직교 공간은 선을(1차원 공간) 이룬다. 왜냐하면 3개의 기본 요소를 가지는 3차원 내에서 2차원의 비제어 다양체 공간이 정의되었고, 비제어 다양체 공간과 직교 공간 차원 수의 합은 주어진 기본 요소의 차원 수와 같기 때문이다. 만약 세 손가락 힘의 조합이 직교 공간에 위치하게 되면 힘의 합력이 30N이

되지 않으므로 수행의 오차가 발생한다.

비제어 다양체 공간은 수학적 계산을 통하여 정의되며(참조 2의 공식 5), 이러한 공식은 기본 요소와 수행 변수 간 관계의 변화를 설명할 수 있다. 본문에 제시된 예제는 세 개의 미지수와 자코비안(Jacobian) 행렬로 표현되는 하나의 운동 과제로(Fi+Fm+Fr=30N) 이루어진 체계이며, 여기서는 기본 요소가 세 손가락이므로 전체는 3차원 공간을 갖게 된다. 비제어 다양체는 이 3개의 기본 요소가 구성하는 3차원 공간 내에서 만들어지게 되는데(참조 2의 공식 6), 이 경우 비제어 다양체 공간은 2차원 형태의 영공간(null space)으로 정의된다. 다시 말하면, 합력을 변화시키지 않는 무한개의 세 손가락 힘의 조합을 포함하는 부분공간(subspace)은 비제어 다양체 공간 혹은 영공간이라고 하며, 그 자유도는 2가 된다. 반면에 합력을 변화시키는, 즉 세 손가락의 힘이 정확히 30N이 되지 않는 경우의 조합을 포함하는 부분공간을 직교 공간이라고 하며, 자유도는 1이 된다. 실험을 통해 얻어진 세 손가락 힘의 조합점은 각 공간에서의 가변성을 계산하기 위하여 비제어 다양체 공간($f_{\parallel}$)과 직교 공간($f_{\perp}$)에 선형 투영(linear projection)된다(참조 2의 공식 7, 8). 선형 투영은 이 조합점이 비제어 다양체 공간과 직교 공간에 각각 어떻게 위치하는지를 계산하기 위한 수학적 과정이다. 이 때 각 공간에 투영된 조합점의 분산을 구하여 반복 수행에 따른 각 손가락의 가변성을 정량화할 수 있다(Schöner 1995; Scholz와 Schöner 1999; Scholz et al., 2000; Latash et al., 2002).

그림 4(A)에서 보이는 바와 같이 영공간으로 투영된 조합점은 합력을 변화시키지 않는 값으로, 앞서 정의한 대로 2차원 안에 분포되어 있으며, 이 조합점들의 분산 정도는 과제를 성공적으로 수행하는 세 손가락 조합의 유연성(flexibility)을 의미한다<그림 4(B)>. 또한 직교 공간으로 투영된 점은 합력을 변화시키는 값을 의미하며, 1차원 공간에 좁게 분포되어 있다<그림 4(C)>. 이러한 과정을 통해 계산된 값들은 각 공간에서의 분산을 계산하기 위하여 사용되며(참조 2의 공식 9, 10), 분산의 총합(V_{TOT})은 비제어 다양체 공간 내의 분산(V_{UCM})과 직교 공간 내의 분산(V_{ORT})의 합과 같다(참조 2의 공식 11). 이 분산의 값들은 앞서 밝힌 공동작용의 지수를 얻기 위하여 사용된다(참조 2의 공식 12).

위 그래프에서 표시된 조합점들로 계산한 비제

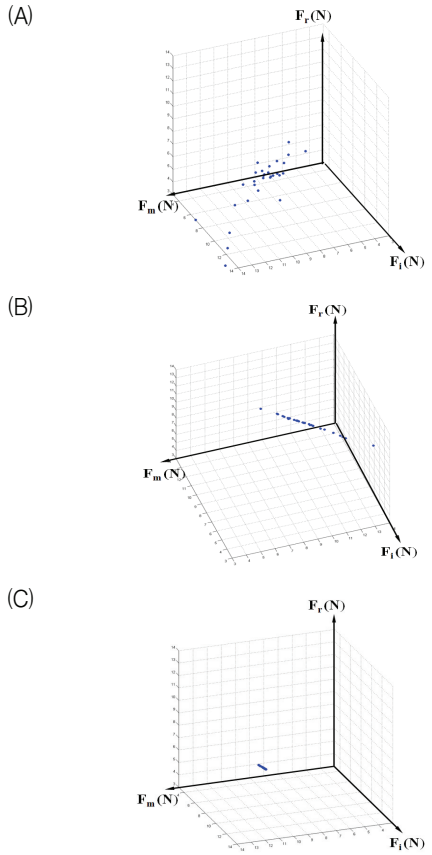

그림 4. 선형 투영 (A) 2차원의 비제어 다양체 공간(영공간)에 투영한 세 손가락 조합점의 산포도, (B) 비제어 다양체 공간(영공간)내에서의 분포가 평면임을 보여주기 위하여 회전시킨 도해, (C) 세 손가락의 힘을 직교 공간에 투영한 도해

어 다양체 공간 내의 분산(V_{UCM})은 2.92N^2이고 직교 공간 내의 분산(V_{ORT})은 0.15N^2으로 비제어 다양체 공간 내의 분산이 더 큰 값을 갖는다. 이 결과는 손가락 힘 조합의 가변성이 오류를 발생시키는 것보다 과제를 성공적으로 수행할 수 있도록 하는 공동작용을 발생시키고 있다는 것을 나타낸다. 즉, 반복 수행에 따른 손가락 힘의 가변성은 수행 변수인 합력의 변화에 영향을 준다기보다는 같은 과제를 다른 방법을 통해서 해결하려는 공동작용의 결과라고 말할 수 있다.

결과 및 논의

앞서 살펴보았듯이, 많은 인간 움직임은 운동요소의 과잉 문제 때문에 부정방정식 형태로 표현될 수 있고, 따라서 운동 과제를 성공적으로 수행하기 위한 기본 요소의 조합은 수없이 많으며 가변성이 존재한다. 가변성을 최적화된 해결(optimal solution)을 방해하는 운동신경 노이즈(neuromotor noise)로 보는 견해도 있으나(Harris와 Wolpert, 1998), 본 연구에서는 그 가변성이 노이즈가 아니며, 중추 신경계의 운동 조절 기전으로 가변성이 많은 것이 반드시 운동 과제의 성공적인 수행을 방해하는 것이 아니라는 것을 보였다.

비제어 다양체 분석은 운동 체계 속에 포함된 운동 요소들이 주어진 과제를 성공적으로 수행하기 위해 어떻게 제어되는가를 설명할 수 있다. 이러한 분석은 운동 요소들이 갖는 수행에 영향을 미치지 않는 가변성과(V_{UCM}) 수행에 영향을 미치는 가변성의(V_{ORT}) 관계를 통하여 과제 수행에 영향을 미치는 공동작용을 설명하는 데에 도움을 줄 수 있다. 기본 요소와 수행 변수 사이의 관계는 수학적인 과정을 통해 정의될 수 있다(참조 2의 자코비안 행렬을 참고). 손가락 누르기의 예제와 같이 수행 변수가 명확히 정해져 있다면 기본 요소와 수행 변수의 역학적 관계(mechanical relationship)가 성립될 수 있다. 위의 예제와 달리, 만약 수행 변수가 기본 요소에 의해 변화한다는 것에 대한 명확한 근거가 없다면, 비제어 다양체 분석법은 연구자의 가설에 따라 그 기본 요소와 수행 변수가 결정될 수도 있다. 예를 들어 전신의 무게 중심(center of mass)의 변화를 수행 변수로 지정하면, 각 신체 분절의 무게 중심의 좌표가 기본 요소가 되고, 각 분절의 무게 중심값과 전신의 무게 중심값 사이의 관계를 추정할 수 있다. 그러나 실제 특정 과제를 수행하는 데에 있어서, 각 신체 분절의 무게 중심 변화가 전신의 무게 중심 변화에 공동작용을 가져온다는 연구는 아직 미미하다. 다시 말해 기본 요소와 수행 변수와의 관계는 성립되지만, 실제로 각 기본 요소의 변화가 과제의 성공적인 수행을 위하여 공동작용을 발생시키는지에 대한 역학적인 근거에 관한 연구가 부족한 실정이다. 연구자의 실험적 경험과 선행 연구를(Scholz, 1999; Freitas, Duarte 그리고 Latash, 2006) 토대로 가설을 설정하여 실험적 확인이 가능할 것이다. 많은 인간 움직임은 기본 요소와 수행 변수의 역학적 관계로 설명이 가능하지만, 역학적 관계만으로 설명이 되지 않는 경우도 많기 때문에 이런 경우 가설 설정과 실험적 확인을 통해서 인간 움직임이 중추 신경계에 의해 제어되는 방식을 이해하여야 한다. 기본 요소와 수행 변수의 설명은 연구자의 관심과 연구 주제에 따라 결정되며 운동 과제를 이 두 요소 간의 관계로 설명할 수 있는 것이라면 어떠한 요소도 기본 요소가 될 수 있다. 다시 말해 기본요소는 운동학적(kinematic) 요소 그리고 운동역학적(kinetic) 요소 모두를 포함하며, 수행 변수와의 관

계를 수학적 방정식으로 표현할 수 있어야 한다.

비제어 다양체 분석은 영공간의 계산 과정을 통하여 생성되는 비제어 다양체 공간을 선형적으로 추정한다는 제한점이 있다. 많은 인간 움직임의 경우 기본 요소와 수행 변수의 관계는 비선형적으로 표현되며, 따라서 비제어 다양체 공간 또한 비선형적으로 추정될 수 있다. 손가락으로 앞에 놓인 한 점을 찍는 과제를 할 때, 어깨, 팔꿈치, 손목, 그리고 손가락 등의 관절이 매 시행마다 각기 다른 관절각을 이루어도, 손가락 끝이 매 시행마다 앞에 놓인 한 점을 정확하게 찍는다면, 반복 수행에 따른 관절각들의 분포는 기본 요소들이 가지는 기하학적인 특성 때문에 비선형으로 나타나며, 이 경우 다양체 공간은 선형적인 공간이 아닌 비선형적인 굽은 다양체 공간(curved manifold)으로 추정된다(Scholz와 Schöner, 1999). 이러한 굽은 다양체 공간이 생기는 원인은 수행 변수인 손가락 끝의 위치가 기본 요소인 어깨, 팔꿈치, 손목, 손가락 관절각의 변화를 이용한 삼각함수로 정의되기 때문이다. 이러한 삼각함수의 특성으로 인하여 다양체 공간은 비선형적 공간이 된다. 그러나 선행 연구의 실험 결과에서 수행에 영향을 미치지 않는 분산이(V_{UCM}) 굽은 다양체 공간 안에서 넓게 퍼져있지 않고 좁은 공간에 모여 있기 때문에 그 좁은 공간을 선형의 공간으로 추정하여(linear approximation) 비제어 다양체 분석의 결과로 설명하고 있다(Scholz와 Schöner, 1999). 이러한 점에서 비선형의 다양체 공간을 설명할 수 있는 수학적 모형에 대한 필요성이 제시되고 있다.

또 다른 제한점은 기본 요소의 독립성(independency)이 전제되어야 한다는 것이다(Goodman, Latash 그리고 Zatsiorsky, 2004; Li et al., 2003; Zatsiorsky, Li 그리고 Latash, 1998, 2000). 비제어 다양체 분석은 각 기본 요소의 독립성을 전제로 하고 있다. 그러나 인간의 신체는 수많은 뼈와 근육, 인대 그리고 신경 등으로 복잡하게 연결되어 있는 유기체이기 때문에, 많은 인간의 움직임 속에 포함되는 기본 요소들은 독립적이기보다는 상호 의존적인 관계를 가지게 된다. 단순한 과제인 손가락 누르기의 경우에도, 손가락이 내부적으로 연결되어 있기 때문에, 각 손가락의 움직임은 완전히 독립적이지 않다. 이러한 제한점을 극복하기 위하여 기본 요소간의 상호 의존성을 고려하고 기본 요소의 독립적 움직임을 유발하는 기전을 이해하기 위한 방법이 제시되고 있다(Danion, Schöner, Latash, Li, Scholz 그리고 Zatsiorsky, 2003).

이와 같이 비제어 다양체 분석은 중추 신경계가 부정 방정식 형태로 표현되는 인간 움직임을 정량화하여, 인간 움직임의 제어 기전을 이해할 수 있도록 도움을 준다.

부정 방정식의 해는 과제 속에 포함된 기본 요소와 수행 변수 사이의 관계를 나타내는 영공간을 통해 계산되며, 비제어 다양체 공간으로 선형 투영하여 계산한 분산이(V_{UCM}) 직교 공간으로 투영된 분산(V_{ORT})보다 상대적으로 크다면, 기본 요소들의 조합이 가지는 가변성은 운동 과제를 성공적으로 수행하기 위한 공동작용의 결과라 결론내릴 수 있다. 따라서 비제어 다양체 공간 내의 분산(V_{UCM})은 과제를 성공적으로 수행하기 위한 공동작용의 정도를, 직교 공간 내의 분산(V_{ORT})은 운동 과제의 오류를 정량화할 수 있다. 그리고 이를 통하여 계산된 공동작용 지수(ΔV)가 큰 값을 갖는 경우 협응이 좋다는 것으로 해석할 수 있다. 이러한 비제어 다양체 분석을 활용한 최근의 연구 동향은 앞서 제시한 손가락 누르기 과제들 외에도 권총 사격과 같은 상지 움직임이나(Scholz 등, 2000), 서있기(Freitas, Scholz, 그리고 Latash, 2010), 앉았다 일어나기(Scholz, Reisman, 그리고

Schöner, 2001), 걷기(Black, Smith, Wu, 그리고 Ulrich, 2007) 등의 전신 움직임의 가변성을 연구하기 위하여 그 적용 범위가 확대되는 추세이다.

참고문헌

Arimoto, S., Tahara, K., Bae, J. H., & Yoshida, M. (2003). A stability theory of a manifold: concurrent realization of grasp and orientation control of an object by a pair of robot fingers. *Robotica, 21*, 163-178.

Bernstein, N. A. (1935). The problem of interrelation between coordination and localization (in Russian). *Archives of Biological Science, 38*, 1-35.

Bernstein, N. A. (1967). *The co-ordination and regulation of movements*. Oxford: Pergamon Press.

Black, D. P., Smith, B. A., Wu, J., & Ulrich, B. D. (2007). Uncontrolled manifold analysis of segmental angle variability during walking: preadolescents with and without Down syndrome. *Experimental Brain Research, 183*(4), 511-521.

Cheng, F. T., & Orin, D. E. (1991). Optimal Force Distribution in Multiple-Chain Robotic Systems. *Ieee Transactions on Systems Man and Cybernetics, 21*(1), 13-24.

Cutkosky, M. R., & Howe, R. D. (1990). *Dextrous Robot Hands*. New York: Springer Verlag.

Czaplicki, A., Silva, M., Ambrosio, J., Jesus, O., & Abrantes, J. (2006). Estimation of the muscle force distribution in ballistic motion based on a multibody methodology. *Computer Methods in Biomechnics and Biomedical Engineering, 9*(1), 45-54.

Danion, F., Schöner, G., Latash, M. L., Li, S., Scholz, J. P., & Zatsiorsky, V. M. (2003). A mode hypothesis for finger interaction during multi-finger force-production tasks. *Biological Cybernetics, 88*(2), 91-98.

Freitas, S. M., Duarte, M., &Latash, M. L. (2006). Two kinematic synergies in voluntary whole-body movements during standing. *Journal of Neurophysiology, 95*(2), 636-645.

Freitas, S. M., Scholz, J. P., & Latash, M. L. (2010). Analyses of joint variance related to voluntary whole-body movements performed in standing. *Journal of Neuroscience Methods, 188*(1), 89-96.

Gelfand, I. M., & Latash, M. L. (1998). On the problem of adequate language in movement science. *Motor Control, 2*, 306-313.

Gelfand, I. M., & Tsetlin, M. (1966). On mathematical modeling of the mechanisms of the central nervous system. In I. M. Gelfand, V. S. Gurfinkel, S. V. Fomin & M. L. Tsetlin (Eds.), *Models of the structural-functional organization of certain biological systems*(pp. 9-26). Moscow (a translation is available in 1971 edition by MIT Press: Cambridge, MA): Nauka.

Gielen, C. C. A. M., van Zuylen, E. J., & Denier van der Gon J. J.(1988). Coordination of arm muscles in simple motor tasks. In G. de Groot, A. P. Hollander, P. A. Huying & G. J. van Ingen Schenau (Eds.), *International Series on Biomechanics* (Vol. 7A,pp. 155-166). Amsterdam: Free University Press.

Goodman, S. R., & Gottlieb, G. L. (1995). Analysis of kinematic invariances of multijoint reaching movement. *Biological*

Cybernetics, 73(4), 311-322.

Goodman, S. R., Latash, M. L., & Zatsiorsky, V. M. (2004). Indices of nonlinearity in finger force interaction. B*iological Cybernetics 90*(4), 264-271.

Haddad, J. M., van Emmerik, R. E., Whittlesey, S. N., & Hamill, J. (2006). Adaptations in interlimb and intralimb coordination to asymmetrical loading in human walking. *Gait and Posture, 23*(4), 429-434.

Harris, C. M., & Wolpert, D. M. (1998). Signal-dependent noise determines motor planning. *Nature, 394*(6695), 780-784.

Hogan, N. (1985). The mechanics of multi-joint posture and movement control. *Biological Cybernetics, 52*(5), 315-331.

Hughes, G., & Watkins, J. (2008). Lower limb coordination and stiffness during landing from volleyball block jumps. *Research in Sports Medicine, 16*(2), 138-154.

Johansson, R. S., Westling, G., Backstrom, A., & Flanagan, J. R. (2001). Eye-hand coordination in object manipulation. *Journal of Neuroscience, 21*(17), 6917-6932.

Jongen, H. A., Denier van der Gon, J. J., & Gielen, C. C. (1989). Activation of human arm muscles during flexion/extension and supination/pronation tasks: a theory on muscle coordination. *Biological Cybernetics, 61*(1), 1-9.

Kelso, J. A. (1984). Phase transitions and critical behavior in human bimanual coordination. *American Journal of Physiology, 246*(6 Pt 2), R1000-1004.

Kobayashi, H. (1985). Control and geometric considerations for an articulated robot hand. *International Journal of Robotics Research, 4*(1), 3-12.

Krishnamoorthy, V., Latash, M. L., Scholz, J. P.,& Zatsiorsky, V. M. (2003). Muscle synergies during shifts of the center of pressure by standing persons. *Experimental Brain Research, 152*(3), 281-292.

Latash, M. (2000). There is no motor redundancy in human movements. There is motor abundance. *Motor Control, 4*(3), 259-260.

Latash, M. L., Danion, F., Scholz, J. F., & Schöner, G. (2003). Coordination of multi-element motor systems based on motor abundance. In M. L. Latash & M. F. Levin (Eds.), *Progress in Motor Control vol. 3: Effects of Age, Disorder, and Rehabilitation* (pp. 97-124). Urbana, IL: Human Kinetics.

Latash, M. L., Gorniak, S., & Zatsiorsky, V. M. (2008). Hierarchies of Synergies in Human Movements. *Kinesiology, 40*(1), 29-38.

Latash, M. L., Scholz, J. F., Danion, F., & Schöner, G. (2002). Finger coordination during discrete and oscillatory force production tasks. *Experimental Brain Research, 146*(4), 419-432.

Latash, M. L., Scholz, J. P., & Schöner, G. (2007). Toward a new theory of motor synergies. *Motor Control, 11*(3), 276-308.

Latash, M. L., & Zatsiorsky, V. M. (2009). Multi-finger prehension: control of a redundant mechanical system. *Advances in Experimental Medicine and Biology,*

629, 597-618.

Lee, W. A. (1984). Neuromotor synergies as a basis for coordinated intentional action. *Journal of Motor Behavior, 16*(2), 135-170.

Li, S., Latash, M. L., & Zatsiorsky, V. M. (2003). Finger interaction during multi-finger tasks involving finger addition and removal. *Experimental Brain Research, 150*(2), 230-236.

Li, Z. M., Latash, M. L., & Zatsiorsky, V. M. (1998). Force sharing among fingers as a model of the redundancy problem. *Experimental Brain Research, 119*(3), 276-286.

Neilson, P. D., & Neilson, M. D. (2005). Motor maps and synergies. *Human Movement Science, 24*(5-6), 774-797.

Pollard, C. D., Heiderscheit, B. C., van Emmerik, R. E., & Hamill, J. (2005). Gender differences in lower extremity coupling variability during an unanticipated cutting maneuver. *Journal of Applied Biomechnics, 21*(2), 143-152.

Potkonjak, V., Popovic, M., Lazarevic, M., & Sinanovic, J. (1998). Redundancy problem in writing: from human to anthropomorphic robot arm. *IEEE Transctions on Systems, Man, and Cybernetics－Part B: Cybernetics, 28*(6), 790-805.

Schöner, G. (1995). Recent developments and problems in human movement science and their conceptual implications. *Ecological Psychology, 7*(4), 291-314.

Schmidt, R. C., Shaw, B. K., & Turvey, M. T. (1993). Coupling dynamics in interlimb coordination. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance, 19*(2), 397-415.

Scholz, J. P., & Latash, M. L. (1998). A study of a bimanual synergy associated with holding an object. *Human Movement Science, 17*, 753-779.

Scholz, J. P., & Schöner, G. (1999). The uncontrolled manifold concept: identifying control variables for a functional task. *Experimental Brain Research, 126*(3), 289-306.

Scholz, J. P., Reisman, D., & Schoner, G. (2001). Effects of varying task constraints on solutions to joint coordination in a sit-to-stand task. *Experimental Brain Research, 141*(4), 485-500.

Scholz, J. P., Schöner, G., & Latash, M. L. (2000). Identifying the control structure of multijoint coordination during pistol shooting. *Experimental Brain Research, 135*(3), 382-404.

Shim, J. K., Huang, J., Hooke, A.W., Latash, M. L., & Zatsiorsky, V. M. (2007). Multi-digit maximum voluntary torque productions on a circular object. *Ergonomic, 50*(5), 600-675.

Shim, J. K., Latash, M. L., & Zatsiorsky, V. M. (2005). Prehension synergies: Trial-to-trial variability and principle of superposition during static prehension in three dimensions. *Journal of Neurophysiology, 93*(6), 3649-3658.

Shim, J. K., & Park, J. (2007). Prehension synergies: principle of superposition and hierarchical organization in circular object prehension. *Experimental Brain Research, 180*, 541-556.

Sporns, O., & Edelman, G. M. (1993). Solving Bernstein's problem: a proposal for the

development of coordinated movement by selection. *Child Development, 64*(4), 960-981.

Swinnen, S., Walter, C. B., & Shapiro, D. C. (1988). The coordination of limb movements with different kinematic patterns. *Brain and Cognition, 8*(3), 326-347.

Ting, L. H., & Macpherson, J. M. (2005). A limited set of muscle synergies for force control during a postural task. *Journal of Neurophysiology, 93*(1), 609-613.

Turvey, M. T. (1977). *Preliminaries to a theory of action with reference to vision*. Hillasdale, NJ: Erlbaum.

Visser, B., de Looze, M. P., Veeger, D. H., Douwes, M., Groenesteijn, L., de Korte, E., et al. (2003). The effects of precision demands during a low intensity pinching task on muscle activation and load sharing of the fingers. *Journal of Electromyography and Kinesiology, 13*(2), 149-157.

Wallenstein, G. V., Nash, A. J., & Kelso, J. A. (1995). Frequency and phase characteristics of slow cortical potentials preceding bimanual coordination. *Electroencephalography and Clinical Neurophysiology, 94*(1), 50-59.

Xia, Y. S., Feng, G., & Wang, J. (2005). A primal-dual neural network for online resolving constrained kinematic redundancy in robot motion control. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics - Part B: Cybernetics, 35*(1), 54-64.

Zatsiorsky, V. M., Li, Z. M., & Latash, M. L. (1998). Coordinated force production in multi-finger tasks: finger interaction and neural network modeling. *Biological Cybernetics, 79*(2), 139-150.

Zatsiorsky, V. M., Li, Z. M., & Latash, M. L. (2000). Enslaving effects in multi-finger force production. *Experimental Brain Research, 131*(2), 187-195.

ABSTRACT

Motor Variability and Synergy Research through Uncontrolled Manifold Analysis

Shim, Jae-Kun(University of Maryland) · Park, Jae-Bum(Pennsylvania State Uinersity) · Kim, Min-Joo · Kim, Seon-Jin(Seoul National University)

The aims of this study were to introduce uncontrolled manifold (UCM) hypothesis and to apply for this hypothesis to simple human multi-finger tasks. The main questions in contemporary motor control theories have concerned what is actually being controlled within the human movement system and how the various actions of the units are coordinated to perform a motor-task successfully. The notion of "synergy" has been introduced to answer the questions. According to the synergy, the human controller coordinates several elemental variables in such a way that elemental variables work together in order to achieve a common goal. If the given task is to produce steady-state levels of total forces as accurately as possible by pressing with either two fingers or three fingers, many different combinations of finger forces are equally able to satisfy the task because the number of elemental variables (two or three finger forces) which involved in a particular task is greater than the number of constraints to be satisfied (sum of finger forces). This issue has been termed as motor redundancy problem. Analysis within the UCM hypothesis allowed quantifying co-variation of actions of elemental variables (e.g., end-effector forces, joint positions, etc) across repetitive trials decomposing variances into two components: 1) variance which does not affect the performance variable (V_{UCM}, good variance) and 2) variance that affects the combined actions which is related to the performance error (V_{ORT}, bad variance). Further, presence of synergy and its strength were quantified by the relative amounts of V_{UCM} and V_{ORT} with respect to the total variance (greater index = better coordination). The UCM analysis assumes that the relations between changes in elemental variables and a performance variable are linear (i.e., linear approximation). Thus, if the relations are non-linear, a different computational approach is necessary.

Key words : motor redundancy, synergy, uncontrolled manifold analysis, coordination

접수일: 2011년 9월 30일
심사완료일: 2011년 10월 21일
게재확정일: 2011년 10월 28일

참조 1. 비제어 다양체 분석을 위한 공식: 두 손가락 누르기에서의 공동작용

$$V_{UCM} = \frac{\sum_i (P_{UCM}^i - P_{UCM}^{avg})^2}{N-1} \quad \text{(공식 1)}$$

where P_{UCM} = {−4.9, −0.7, −2.1, 4.2, 1.6}

$$V_{ORT} = \frac{\sum_i (P_{ORT}^i - P_{ORT}^{avg})^2}{N-1} \quad \text{(공식 2)}$$

where P_{ORT} ={1.3, 2.1, −1.4, 1.4, −1.9}

$$\Delta V = (V_{UCM}/df_{UCM} - V_{ORT}/df_{ORT})/[(V_{TOT}/df_{TOT}] \quad \text{(공식 3)}$$

여기에서 P_{UCM}^{avg} 와 P_{ORT}^{avg} 는 각각 집합 P_{UCM}과 P_{ORT}의 평균을 나타내며, N은 집합 내 기본 요소의 수를 나타낸다. df_{UCM}, df_{ORT}, df_{TOT}은 비제어 다양체 공간, 직교 공간 그리고 전체 공간의 자유도이고 (df_{UCM} =1, df_{ORT} =1, df_{TOT} =2), V_{TOT}는 전체 공간에서의 분산을 의미한다(공식 3).

참조 2. 다차원에서의 비제어 다양체 분석을 위한 공식과 MATLAB 코드 : 세 손가락 누르기에서의 공동작용

$$dF_{TOT} = [1 \quad 1 \quad 1] \cdot [dF_i \quad dF_m \quad dF_r]^T \quad \text{(공식 4)}$$

dF_i, dF_m, dF_r,은 각각 검지, 중지, 약지 힘의변화를 나타내며, F_{TOT}는 각 손가락힘의(기본요소) 변화로 생기는 합력의(수행변수) 변화를 나타낸다 (공식 4).

공간의 벡터는 시스템의 자코비안(Jacobian) 행렬의 영공간(null space)을 취함으로써 얻어지게 되며 따라서 다음과 같은 식이 성립된다(공식5).

$$0 = [1 \quad 1 \quad 1]\, e_i \quad \text{(공식 5)}$$

시스템의 자코비안 행렬은 기본 요소와 수행변수 사이 관계의 변화를 설명해준다. 예제의 경우, 세 개의 미지수와 자코비안 행렬로 표현되는 하나의 운동과제로(F_i+F_m+F_r=30N)이루어진 체계이므로 영도(nullity) 2의 영공간은 기본요소가 구성하는 차원 공간 내에서 만들어지게 된다 따라서 ei는 다음과 같이 표현된다(공식 6).

$$[e_1 \quad e_2] == \begin{bmatrix} e_1^i & e_2^i \\ e_1^m & e_2^m \\ e_1^r & e_2^r \end{bmatrix} \quad \text{(공식 6)}$$

(**MATLAB**: evector = null([1 1 1])) (코드 1)

실험을 통해 얻어진 세 손가락 힘의 조합들은 앞서 구해진 비제어 다양체 공간과 ($f_{\parallel}$) 직교공간에($f_{\perp}$) 각각 선형 투영된다(linear projection)(공식 7과 8).

$$f_{\parallel} = (e_i^T \cdot df)\, e_i \quad \text{(공식 7)}$$

(**MATLAB** : fucm=evector'*evector*df) (코드 2)

$$f_{\perp} = df - f_{\parallel} \quad \text{(공식 8)}$$

(**MATLAB**: fort = df - fucm) (코드 3)

상첨자 T는 전치행렬로의 변환을 의미한다. df는 세 손가락 힘의 조합을 나타내는데, 손가락 힘 조합들의 평균값을 원값에 뺀 값이다(mean free values). 따라서 f는 손가락 힘들이반복 수행에 의

해 계산된 평균값으로부터 얼마나 벗어나는지를 나타낸다(Schöner 1995; Scholz and Schöner 1999; Scholz et al. 2000; Latash et al. 2002).

$$V_{UCM} = \sum (\sum_{i}^{n-P} |f_{\parallel}|)^2 / N_{TRIAL} \quad \text{(공식 9)}$$

(**MATLAB**: Vucm=mean(sum(fucm^2)) (코드 4)

$$V_{ORT} = \sum (\sum_{i}^{n-P} |f_{\perp}|)^2 / N_{TRIAL} \quad \text{(공식 10)}$$

(**MATLAB**: Vort=mean(sum(fort^2)) (코드 5)

$$V_{TOT} = V_{UCM} + V_{ORT} \quad \text{(공식 11)}$$

(**MATLAB**: Vtot = Vucm + Vort) (코드 5)

NTRIAL은 과제 수행의 반복횟수를 나타낸다 (공식 9, 10).

$$\Delta V = \frac{V_{UCM} / df_{UCM} - V_{ORT} / df_{ORT}}{V_{TOT} / df_{TOT}} \quad \text{(공식 12)}$$

(**MATLAB**: ΔV=(Vucm/2 - Vort/1)/(Vtot/3)) (코드 7)

여기에서f_{UCM}, df_{ORT}, df_{TOT}는 비제어 다양체 공간, 직교공간, 그리고 전체공간의 자유도를(df_{UCM} =2, df_{ORT} =1, df_{TOT} = 3) 나타낸다.